❖ التمرين الأول :

1	2	3	4
1← ب	2← ج	3← أ	4← ج

1) $b = 2\pi - 2 \approx 2\times 3,14 - 2 \approx 4.28 \in [4;5[$

2) $\frac{3}{5}x = \frac{4}{5}(5-x)$ يعني $\frac{3}{5}x = \frac{4}{\cancel{5}}\times \cancel{5} - \frac{4}{5}x$

يعني $\frac{3}{5}x + \frac{4}{5}x = 4$

يعني $\frac{7}{5}x = 4$

يعني $x = 4\times\frac{5}{7}$

يعني $x = \frac{20}{7}$

3) $\frac{2x}{1+\sqrt{3}} \le 1-\sqrt{3}$ يعني $\frac{2x}{\cancel{1+\sqrt{3}}}\times\cancel{\left(1+\sqrt{3}\right)} \le \left(1-\sqrt{3}\right)\times\left(1+\sqrt{3}\right)$

يعني $2x \le -2$

يعني $x \le -1$ يعني $x\in\left]-\infty;-1\right]$

4) بما أن (BF) يعامد المستقيمين (FE) و (FG) المتقاطعين في F و المحتويين في المستوي (HFG) فأنّ (BF) عمودي على المستوي (HFG)

❖ التمرين الثّاني :

1) أ)

$$a = 12+\sqrt{200}-\sqrt{8}$$
$$=12+10\sqrt{2}-2\sqrt{2}$$
$$=12+8\sqrt{2}$$
$$a = 2(6+4\sqrt{2})$$

ب) لنا $\left(4\sqrt{2}\right)^2 = 32$ و $\left(3\sqrt{3}\right)^2 = 27$ و $27<32$

$\begin{cases}\left(3\sqrt{3}\right)^2 < \left(4\sqrt{2}\right)^2\\ 3\sqrt{3} \text{ و } 4\sqrt{2} \text{ موجبان}\end{cases}$ إذن $3\sqrt{3} < 4\sqrt{2}$

لنا $3\sqrt{3} < 4\sqrt{2}$ يعني $3\sqrt{3}+6 < 4\sqrt{2}+6$

يعني $\left(3\sqrt{3}+6\right)\times 2 < \left(4\sqrt{2}+6\right)\times 2$ لأنّ ($0<2$)

يعني $b<a$

2)

$$\left(2+2\sqrt{2}\right)^2 = 2^2+2\times2\times2\sqrt{2}+\left(2\sqrt{2}\right)^2$$
$$=4+8\sqrt{2}+8$$
$$=12+8\sqrt{2}$$
$$=2\left(6+4\sqrt{2}\right)$$
$$\left(2+2\sqrt{2}\right)^2 = a$$

$$\left(3+\sqrt{3}\right)^2 = 3^2+2\times3\times\sqrt{3}+\left(\sqrt{3}\right)^2$$
$$=9+6\sqrt{3}+3$$
$$=12+6\sqrt{3}$$
$$=2\left(6+3\sqrt{3}\right)$$
$$\left(3+\sqrt{3}\right)^2 = b$$

3) أ) لنا $c^2 = \frac{\left(3+\sqrt{3}\right)^2}{\left(2+2\sqrt{2}\right)^2} = \frac{a}{b}$ و نعلم أنّ $a<b$ إذن $\frac{a}{b}<1$

و بالتالي $c^2<1$

ب)

من ناحية لدينا : $\begin{cases}c^2<1\\ c \text{ موجب}\end{cases}$ و إذن $c<1$

و من ناحية أخرى لدينا :

$$c-\frac{1}{2} = \frac{3+\sqrt{3}}{2+2\sqrt{2}}-\frac{1}{2}$$
$$=\frac{3+\sqrt{3}}{2+2\sqrt{2}}-\frac{1\times\left(1+\sqrt{2}\right)}{2\times\left(1+\sqrt{2}\right)}$$
$$=\frac{3+\sqrt{3}-1+\sqrt{2}}{2+2\sqrt{2}}$$
$$c-\frac{1}{2} = \frac{2+\sqrt{3}-\sqrt{2}}{2+2\sqrt{2}} > 0$$

و بالتّالي $c>\frac{1}{2}$

الخلاصة $\frac{1}{2}<c<1$:

❖ التمرين الثّالث : (وحدة قيس الطول هي cm)

1) في حالة $x=5$ فإنّ

$$E=5^2-\frac{32}{5}\times5+16=25-32+16=9$$

2)

$$\left(x-\frac{16}{5}\right)^2+\left(\frac{12}{5}\right)^2=x^2-2\times x\times\frac{16}{5}+\left(\frac{16}{5}\right)^2+\frac{144}{25}$$

$$=x^2-\frac{32}{5}x+\frac{256}{25}+\frac{144}{25}$$

$$=x^2-\frac{32}{5}x+\frac{400}{25}$$

$$=x^2-\frac{32}{5}x+16$$

$$\left(x-\frac{16}{5}\right)^2+\left(\frac{12}{5}\right)^2=E$$

3) أ) بتطبيق نظريّة بيتاغور في المثلث ABC القائم في A نــجــد :

$$BC^2=AB^2+AC^2=(4)^2+(3)^2=16+9=25$$

إذن $BC=\sqrt{25}=5$

ب) بتطبيق مبرهنة طالس في المثلث ABC حيث $H\in(AB)$ و $M\in(BC)$ و $(MH)//(BC)$ نــجــد

$$\frac{BM}{BC}=\frac{HM}{AC}$$

يعني $HM=\frac{BM}{BC}\times AC=\frac{a}{5}\times3=\frac{3}{5}a$

و منــه $HM=\frac{3}{5}a$

4) أ) بما أنّ (AC) مُماس للدّائرة ζ في k فإنّ $(AC)\perp(MK)$ و

نعلم أنّ $(AC)\perp(AB)$ و بالتّالي $(MK)//(AB)$

بتطبيق مبرهنة طالس في المثلث ABC حيث

$M\in(BC)$ و $K\in(AC)$ و $(MK)//(AB)$ نــجــد

$$\frac{CM}{CB}=\frac{KM}{AB}$$

يعني $KM=\frac{CM}{CB}\times AB=\frac{(5-a)}{5}\times4=\frac{4}{5}(5-a)$

ومنه $KM=\frac{4}{5}(5-a)$

ب) بتطبيق نظرية بيتاغور في المثلث MHK القائم في H نــــجــد:

$$HK^2=KM^2+HM^2$$

$$=\left(\frac{4}{5}(5-a)\right)^2+\left(\frac{3}{5}a\right)^2$$

$$=\frac{16}{25}(25-10a+a^2)+\frac{9}{25}a^2$$

$$=16-\frac{160}{25}a+\frac{16}{25}a^2+\frac{9}{25}a^2$$

$$HK^2=a^2-\frac{32}{5}a+16$$

ج) بما أنّ AHMK مستطيل و نعلم أن في المستطيل القطران متقايسان فإنّ **AM=HK**

$AM=\frac{12}{5}$ يعني $AM^2=\left(\frac{12}{5}\right)^2$ (**AM** و $\frac{12}{5}$ **موجبان**)

يعني $HK^2=\left(\frac{12}{5}\right)^2$ (لأنّ AM=HK)

يعني $a^2-\frac{32}{5}a+16=\left(\frac{12}{5}\right)^2$ (**حسب السؤال 4)ب)**)

يعني $\left(a-\frac{16}{5}\right)^2+\cancel{\left(\frac{12}{5}\right)^2}=\cancel{\left(\frac{12}{5}\right)^2}$ (**حسب السؤال 2**)

يعني $\left(a-\frac{16}{5}\right)^2=0$

يعني $a=\frac{16}{5}\left(\frac{16}{5}\in]0;5[\right)$

❖ التمرين الرّابع : (وحدة قيس الطول هي cm)

1) أ) لنا $\frac{x_B+x_C}{2}=\frac{-4+2}{2}=\frac{-2}{2}=-1=x_K$

و $\frac{y_B+y_C}{2}=\frac{0+0}{2}=\frac{0}{2}=0=y_K$

إذن K منتصف[BC]

• حساب OB و OC و BC :

$$OB=|x_B-x_O|\times OI=|-4-0|\times1=|-4|=4$$

$$OC=|x_C-x_O|\times OI=|2-0|\times1=2=2$$

$$BC=|x_C-x_B|\times OI=|2-(-4)|\times1=|6|=6$$

(أو بما أن $O\in[BC]$ فإنّ BC=OB+OC=4+2=6)

2) **أ)** بتطبيق نظريّة بيتاغور في المثلث OAC القائم في O نجد :

$$OA^2 + OC^2 = AC^2$$

يعني $OA^2 = AC^2 - OC^2$

يعني $OA^2 = \left(2\sqrt{3}\right)^2 - 2^2 = 12 - 4 = 8$

إذن $OA = \sqrt{8} = 2\sqrt{2}$

- بما أنّ $A \in [OJ)$ فأنّ :

$x_A = 0$ و $|y_A - x_O| \times OJ = OA$

يعني $x_A = 0$ و $|y_A - 0| \times 1 = 2\sqrt{2}$

يعني $x_A = 0$ و $|y_A| = 2\sqrt{2}$

يعني $x_A = 0$ و ($y_A = 2\sqrt{2}$ أو $\cancel{y_A = -2\sqrt{2}}$)

(علما أنّ $A \in [OJ)$ أي $y_A \geq 0$)

إذن $x_A = 0$ و $y_A = 2\sqrt{2}$

و منه إحداثيّات النقطة A هي $\left(0 \; ; \; 2\sqrt{2}\right)$

ب) بتطبيق نظريّة بيتاغور في المثلث OAB القائم في O نجد :

$$AB^2 = OA^2 + OB^2 = \left(2\sqrt{2}\right)^2 + 4^2 = 8 + 16 = 24$$

إذن $AB = \sqrt{24} = 2\sqrt{6}$

3) أ) في الرّباعي OCAE لدينا :

P منتصف [OA] (معطى)

P منتصف [EC] (E مناظرة C بالنسبة الى P)

- بما أن الرّباعي OCAE قطراه يتقاطعان في منتصفيهما P فإنه متوازي الأضلاع

ب) بما أنّ الرّباعي OCAE متوازي الأضلاع فإنّ :

(AE)//(OC) و AE=OC

و نعلم أن OC=2 و المستقيمان (OC) و (OI) منطبقان ($I \in (OC)$)

إذن $AE = |x_E - x_A| = 2$ و (AE)//(OI)

إذن $|x_E - x_A| = 2$

يعني $|x_E - 0| = 2$

يعني $x_E = -2$ أو $\cancel{x_E = 2}$ (لا يمكن لأن $x_E < 0$)

و من جهة أخري نعلم أنّ (AE)//(OI) فإنّ $y_E = y_A = 2\sqrt{2}$

إذن إحداثيّات النقطة E هي $\left(-2 \; ; \; 2\sqrt{2}\right)$

4) أ) في الرباعي OAEH لدينا

- $\widehat{EHO} = 90°$ (H المسقط العمودي لـ E على (OI)
- $\widehat{AOH} = 90°$ ((O ;I ;J) معين متعامد)
- $\widehat{OAE} = 90°$ ((AE)//(OI) و $(AO) \perp (OI)$)

بما أنّ الرّباعي OAEH له 3 زوايا قائمة فإنّه مستطيل

ب) بتطبيق نظريّة بيتاغور في المثلث OAK القائم في O نجد :

$$KA^2 = OA^2 + OI^2 = \left(2\sqrt{2}\right)^2 + 1^2 = 8 + 1 = 9$$

إذن $KA = \sqrt{9} = 3$

❖ إستنتج أنّ $E \in \zeta$

← **طريقة أولى :**

بما أنّ ζ دائرة قطرها [BC] و K منتصف [BC] فإن الدائرة ζ مركزها K و قيس طول شعاعها يساوي 3 ($\frac{BC}{2} = \frac{6}{2} = 3$)

و بما أن KA=3 فإنّ $A \in \zeta$

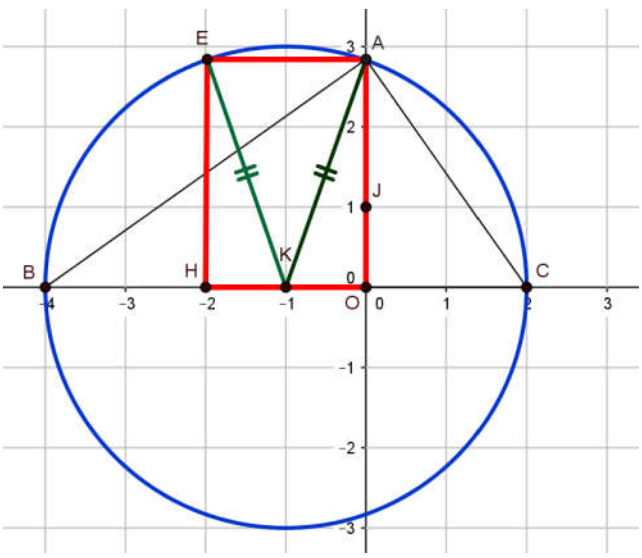
بما أنّ OAEH مستطيل فإن لديه محوري تناظر و هما الموسطات العموديّة لأضلاعه و نعلم أنّ K منتصف [HO] إذن K نقطة من الموسط العمودي لـ [AE] و منه KE=KA و نعلن أنّ A نقطة من الدائرة ζ التي مركزها K فإن $E \in \zeta$

← **طريقة ثانية :**

في المثلثين OAK و HEK لدينا

- $\widehat{AOK} = \widehat{EHK}$ زاويتان قائمتان
- OA=EH ضلعتن متقابلان في المستطيل
- KO=KH (KO=1 و KH=OH-KO=AE-KO=3-2=1)

إذن حسب الحالة الثانية لتقايس المثلثات العامة فإن المثلثين OAK و HEK متقايسان و حسب العناصر النظيرة فإنّ KE=KA و نعلم أنّ A نقطة من الدائرة ζ التي مركزها K فإن $E \in \zeta$



التمرين الخامس :

1)

- الفئة المنوال هي [150; 200[
- المعدّل الحسابي للزيادة في المرتّب الشهري هو

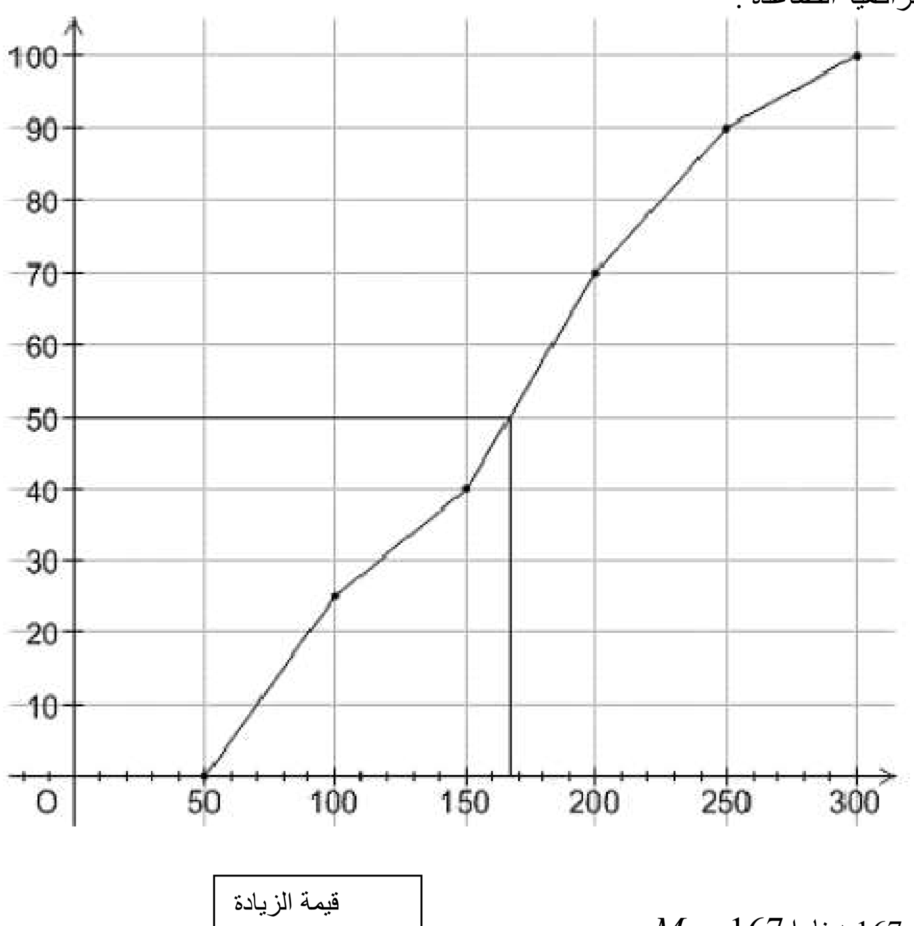
$$\overline{X}=\frac{25\times75+15\times125+30\times175+20\times225+10\times275}{100}=\frac{16250}{100}=162{,}5$$

2)

قيمة الزيادة	[50 ;100[	[100 ;150[	[150 ;200[	[200 ;250[	[250 ;300[
مركز الفئة	75	125	175	225	275
التكرار(عدد العملة)	25	15	30	20	10
التكرار التراكمي الصاعد	25	40	70	90	100

التكرار التراكمى الصّاعد

ب) مضلّع التكرارات التراكميّة الصّاعدة :



قيمة الزيادة

ج) القيمة التقريبيّة للموسط هي 167 دينارا $Me\approx167$

3) احتمال أن يكون العامل من بين الذين تمتعوا بزيادة في مرتبهم الشهري أقل من 150 دينار هي

$$\frac{25+15}{100}=\frac{40}{100}=0{,}4$$

(أي 40%)